|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Asíntotas verticales de una función racional** |
| **Contenido** | Una función racional de la forma  donde *p* y q son funciones polinómicas de números reales, tiene una asíntota vertical en *x = k*, con *k ⋲ ℝ*, si *q(k) = 0* y *p(k) ≠ 0*. |

Las asíntotas sirven como auxiliares en el trazado de gráficas en el plano cartesiano. La asíntota vertical en *x* = *a* es una recta vertical que tiene esa misma ecuación.

Por ejemplo, considera la función

*x = -3* es una asíntota vertical, ya que *q(-3) = 0* y *p(-3) = 9 ≠ 0*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_11\_02\_IMG51 |
| **Descripción** | Gráfica de la función racional impropia *g(x)* |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La gráfica de la función presenta una asíntota vertical en x = -3. |

Por ejemplo, considera la función

*x = -3* es una asíntota vertical, ya que *q(-3) = 0* y *p(-3) = 8*

*x = -2* es una asíntota vertical, ya que *q(-2) = 0* y *p(-2) = 3*

*x = 1* **no** es una asíntota vertical, ya que *q(1) = 0* y *p(1) = 0*

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_11\_02\_IMG52 |
| **Descripción** | Gráfica de la función racional |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La gráfica tiene asíntotas en *x = -3* y x = -2 pero no en *x = 1*, donde no está definida la función |

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Asíntotas horizontales de una función racional** |
| **Contenido** | Una función racional  con bm, an ⋲ ℝ - {0}, m, n ⋲ ℕ ∪ {0}   * Tiene una asíntota horizontal y = 0 si m > n. * Tiene una asíntota horizontal *y = an/bm* si *m = n.* * No tiene asíntota horizontal si *m < n*. |

La gráfica de una función racional *f* que tiene una asíntota horizontal en *y = k* tiene la particularidad de que para valores de *x* muy grandes en valor absoluto, las imágenes *f(x)* se aproximan a *k*.

Por ejemplo, considera la función

Como los polinomios del numerador y del denominador son del mismo grado, la gráfica tiene la asíntota horizontal

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_11\_02\_IMG53 |
| **Descripción** | Gráfica de la función racional |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | En la representación gráfica de    se evidencia que la función tiene asíntota horizontal en *y = 3.* |

Por ejemplo, considera la función

como el grado del denominador es mayor que el grado del numerador, la función *g(x)* tiene una asíntota horizontal en y = 0.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_11\_02\_IMG54 |
| **Potencia** | Gráfica de la función racional |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | Representación gráfica de la función    con asíntota horizontal en *y = 0.* |

Por ejemplo, considera la función:

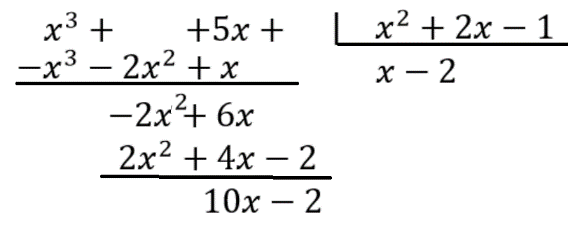
Como el grado del denominador es menor que el del numerador, *h(x)* es una función racional impropia, por lo tanto no tiene asíntota horizontal.

|  |  |
| --- | --- |
| **Destacado** | |
| **Título** | **Asíntotas oblicuas de una función racional** |
| **Contenido** | Una función racional  con y tiene una asíntota horizontal , donde *mx + b* es el cociente de la división del numerador por el denominador de la fracción algebraica |

La gráfica de una función racional *f* que tiene una asíntota oblicua tiene la particularidad de que para valores de *x* muy grandes en valor absoluto, las imágenes *f*(*x*) se aproximan a la recta.

**Ejemplo 1.** Considere la función:

Dividiendo los polinomios, se tiene que:

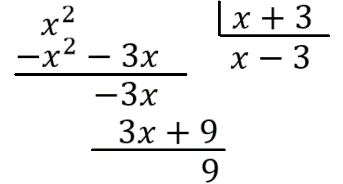


Por lo tanto, es una asíntota oblicua.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_11\_02\_IMG56 |
| **Descripción** | Gráfica de la función racional |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La gráfica de la función *f(x)* tiene asíntota oblicua |

**Ejemplo 2.** Considera la función

Dividiendo los polinomios se tiene:



Por lo tanto, es una asíntota oblicua de *g(x)*.

|  |  |
| --- | --- |
| **Imagen (fotografía, gráfica o ilustración)** | |
| **Código** | MA\_11\_02\_IMG57 |
| **Descripción** | Grafica de la función racional |
| **Código Shutterstock (o URL o la ruta en AulaPlaneta)** |  |
| **Pie de imagen** | La gráfica de la función presenta la asíntota oblicua |

Los ejemplos anteriores revelan que las gráficas de las funciones racionales pueden tomar diversas formas. Por esa razón, no es posible establecer patrones generales.